

SOLUCIÓN

La información dada puede resumirse esquemáticamente del siguiente modo:

- 1) $\mathbf{Z} + \mathbf{X} = \mathbf{AZ} + \text{energía}$,
- 2) $\mathbf{AZ} + \mathbf{X} = \mathbf{Z} + \text{energía}$, y
- 3) $\mathbf{Z} + \mathbf{AZ} = \text{energía}$.

Como se observa, tenemos tres elementos \mathbf{Z} , \mathbf{AZ} y \mathbf{X} , con un juego de combinaciones entre ellos que recuerdan la operación del grupo aditivo $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$. En efecto, si asignamos a \mathbf{Z} el número 1, a \mathbf{AZ} el 3 y a \mathbf{X} el 2, la información suministrada –eliminando la energía de la ecuación– se puede reescribir del modo:

- 1) $1 + 2 = 3$,
- 2) $3 + 2 = 1$, y
- 3) $1 + 3 = 0$.

Según se comenta en el planteamiento del problema, sólo queda una molécula al final del experimento; para conocer su naturaleza, basta con tomar restos módulo 4 en la siguiente suma:

$$20.010 \times 1 + 2.011 \times 2 + 21.011 \times 3 = 87.065.$$

Pero $87.065 = 4 \times 21.766 + 1$, con lo que ¡la molécula sobrante es de \mathbf{Z} !

Nota: Podríamos haber asignado a \mathbf{Z} el número 3 y a \mathbf{AZ} el 1 (a \mathbf{X} le corresponde siempre el 2 por la forma en que se combinan las moléculas). ¿Cambiaría el resultado obtenido? Al tomar los restos módulo 4 quedaría:

$$20.010 \times 3 + 2.011 \times 2 + 21.011 \times 1 = 85.063.$$

Pero $85.063 = 4 \times 21.265 + 3$, con lo que ¡la molécula sobrante es de \mathbf{Z} ! Es decir, el resultado habría sido el mismo.

Para terminar, veamos una tabla con una posible reacción producida en el crisol:

\mathbf{Z}	20.010	21.021	20.521	20.511	20.756	20.511	1
\mathbf{X}	2.011	1.000	500	490	245	0	0
\mathbf{AZ}	21.011	20.000	20.500	20.510	20.265	20.510	0

En la tabla se indica la cantidad de moléculas de cada sustancia, al pasar de columna en columna se muestra el resultado de las reacciones entre algunas de las moléculas, según la regla dada al principio. Por ejemplo, en el primer paso de la reacción 1.011 \mathbf{X} se combinan con 1.011 \mathbf{AZ} (que producen 1.011 \mathbf{Z}), quedando 21.021 \mathbf{Z} , 1.000 \mathbf{X} y 20.000 \mathbf{AZ} para seguir reaccionando entre ellas.